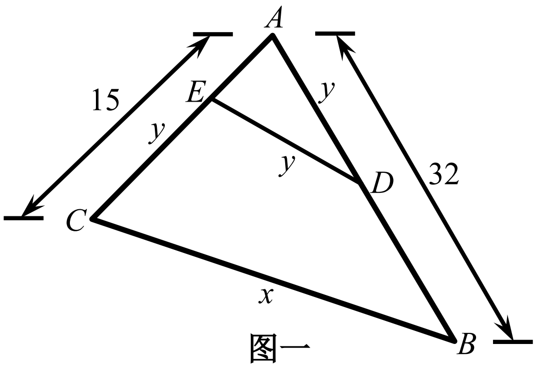
Hong Kong Mathematics Olympiad (2013 / 2014)
Heat Event (Group)
香港数学竞赛 (2013 / 2014)
初赛项目(团体)

除非特别声明，答案须用数字表达，并化至最简。
Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest form.

1. 已知 $\sqrt{2014-x^2}-\sqrt{2004-x^2}=2$，求 $\sqrt{2014-x^2}+\sqrt{2004-x^2}$ 的值。

   Given that $\sqrt{2014-x^2}-\sqrt{2004-x^2}=2$, find the value of $\sqrt{2014-x^2}+\sqrt{2004-x^2}$.

2. 图一显示 ΔABC 中，$AB=32$、$AC=15$ 及 $BC=x$，其中 x 为一个正整数。假设在 AB 及 AC 分别有一点 D 及 E 使得 $AD=DE=EC=y$，其中 y 为一个正整数。求 x 的值。
   Figure 1 shows a ΔABC, $AB=32$, $AC=15$ and $BC=x$, where x is a positive integer. If there are points D and E lying on AB and AC respectively such that $AD=DE=EC=y$, where y is a positive integer. Find the value of x.



图一
Figure 1

3. 若 $0°\le\theta\le 180°$ 及 $\cos\theta+\sin\theta=\dfrac{7}{13}$，求 $\cos\theta+\cos^3\theta+\cos^5\theta+\cdots$ 的值。

   If $0°\le\theta\le 180°$ and $\cos\theta+\sin\theta=\dfrac{7}{13}$, find the value of $\cos\theta+\cos^3\theta+\cos^5\theta+\cdots$.

4. 如图二所示，$ABCD$ 为一正方形。 P 为 $ABCD$ 内的一点使得 AP = 2 cm 、 BP = 1 cm 及 $\angle APB = 105°$。 若 $CP^2 + DP^2 = x$ cm^2，求 x 的值。
As shown in Figure 2, $ABCD$ is a square. P is a point lies in $ABCD$ such that AP = 2 cm , BP = 1 cm and $\angle APB = 105°$. If $CP^2 + DP^2 = x$ cm^2, find the value of x.

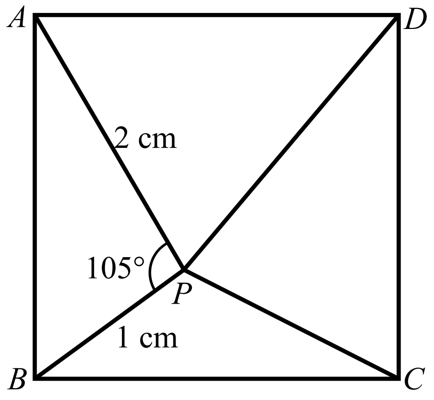


Figure 2
图二

5. 若 x 、 y 是实数，且 $x^2 + 3y^2 = 6x + 7$，求 $x^2 + y^2$ 的极大值。
If x , y are real numbers and $x^2 + 3y^2 = 6x + 7$, find the maximum value of $x^2 + y^2$.

6. 如图三所示，在 ΔABC 中， X 、 Y 及 Z 为分别位于 BC 、 CA 及 AB 的点使得 $\angle AZY = \angle BZX$ 、 $\angle BXZ = \angle CXY$ 及 $\angle CYX = \angle AYZ$。若 $AB = 10$ 、 $BC = 6$ 及 $CA = 9$， 求 AZ 的长度。
As shown in Figure 3, X , Y and Z are the points on BC , CA and AB of ΔABC respectively such that $\angle AZY = \angle BZX$, $\angle BXZ = \angle CXY$ and $\angle CYX = \angle AYZ$. If $AB = 10$, $BC = 6$ and $CA = 9$, find the length of AZ .

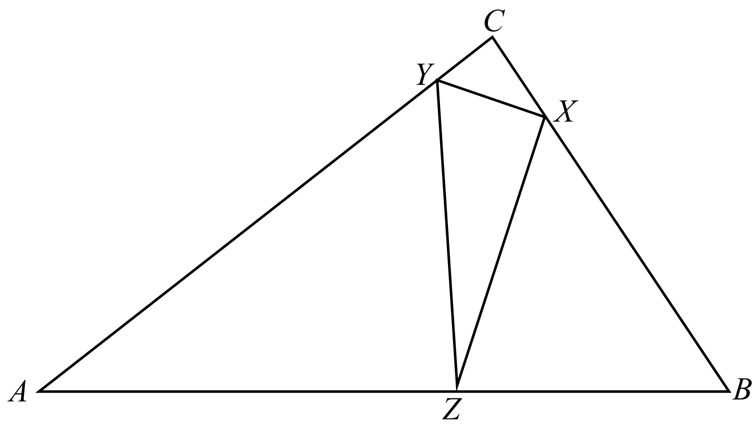


Figure 3
图三

7. 已知 a、b、c 及 d 为四个不相同的数，且 $(a+c)(a+d)=1$ 及 $(b+c)(b+d)=1$，求 $(a+c)(b+c)$ 的值。
Given that a , b , c and d are four distinct numbers, where $(a+c)(a+d)=1$ and $(b+c)(b+d)=1$. Find the value of $(a+c)(b+c)$.

8. 设 $a_1 = 215$， $a_2 = 2014$ 及 $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n$，其中 n 为一正整数。求 $a_{2014} - 2a_{2013}$ 的值。
Let $a_1 = 215$, $a_2 = 2014$ and $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n$, where n is a positive integer. Find the value of $a_{2014} - 2a_{2013}$.

9. 已知函数 $y = \sin^2 x - 4\sin x + m$ 的极小值为 $\frac{-8}{3}$，求 m^y 的极小值。
Given that the minimum value of the function $y = \sin^2 x - 4\sin x + m$ is $\frac{-8}{3}$. Find the minimum value of m^y.

10. 已知 $\tan\left(\frac{90^\circ}{\tan x}\right) \times \tan(90^\circ \tan x) = 1$ 及 $1 < \tan x < 3$。求 $\tan x$ 的值。
Given that $\tan\left(\frac{90^\circ}{\tan x}\right) \times \tan(90^\circ \tan x) = 1$ and $1 < \tan x < 3$. Find the value of $\tan x$.

完
END